INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN CONSTANȚA

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
Etapa locală – Constanța, 18 februarie 2012

Clasa a VI a

Subiectul 1

Fie numărul $n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot 70 \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{70}\right)$.

a) Arătați că numărul *n* este număr natural.
b) Arătați că numărul *n* se divide cu 71.

GM

Subiectul 2

Aflați $n, n \in \mathbb{N}^*$ ştiind că:

$$\frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \cdots + \frac{1}{1+2+\cdots+n} = \frac{2011}{2013}$$

Prof. Doina Stanca

Subiectul 3

Se numeşte număr " norocos" un număr $x = \overline{abcd}$ format din cifre nenule cu proprietatea că suma dintre acesta şi răsturnatul său este un număr $s = \overline{mnpq}$, s divizibil cu 13.

a) Să se afle cel mai mic şi cel mai mare număr norocos.
b) Să se arate că $m + n + p + q$ nu este divizibil cu 13.

Prof. Adriana Daniela Gurgui

Subiectul 4

Unghiurile $\sphericalangle AOB$ $şi$ $\sphericalangle BOC$ au semidreapta [OC situată în interiorul unghiului $\sphericalangle AOB$, iar [OM este bisectoarea unghiului $\sphericalangle AOB$, (OM în interiorul $\sphericalangle AOC$ şi [ON bisectoarea unghiului $\sphericalangle BOC$.

a) Dacă $m(\sphericalangle COM) = 2m(\sphericalangle NOC)$ şi unghiul $\sphericalangle COM$ este congruent cu suplementul unghiului $\sphericalangle AOB$, determinați $m(\sphericalangle AOB)$ $şi$ $m(\sphericalangle BOC)$.
b) În ipoteza de la a) fie $D \in (OC, E \in (OM, F \in (OA$ $şi$ $G \in (BO$ cu O între B şi G astfel încât $[OD] \equiv [OE] \equiv [OF] \equiv [OG]$, să se demonstreze că $[FD] \equiv [EG]$.

***

Notă:
Timp de lucru 3 ore. Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7. Nu se acordă puncte din oficiu.